

Considerar los comentarios  
y preparar la exposición.

**Universidad  
Autónoma  
Metropolitana**



Casa abierta al tiempo **Azacapoztalco**



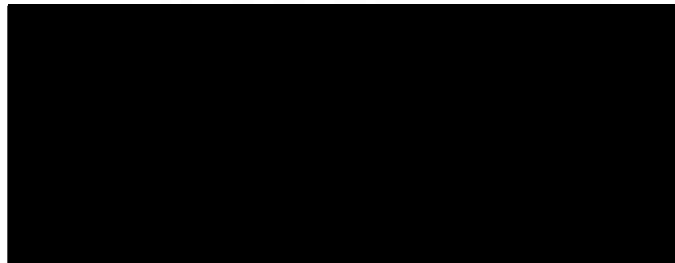
**División de Ciencias Básicas e Ingeniería  
Ingeniería Mecánica**

**Modelado matemático del desbalance de un rotor con dos  
discos usando el método de Euler-Lagrange**

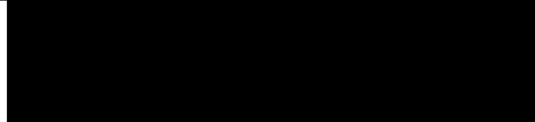
Modalidad: Proyecto Tecnológico   
Primera Versión

Trimestre 16I 

Alumno: Adriana Jiménez Sánchez



Asesor: Dr. Francisco Beltrán/Carbajal



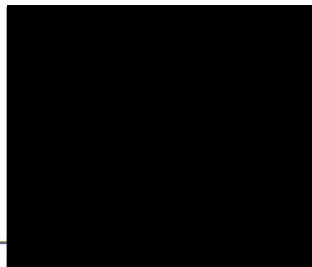
Fecha: 10/Marzo/2016

En caso de que el Comité de Estudios de la Licenciatura en Ingeniería Mecánica apruebe la realización de la presente propuesta, otorgamos nuestra autorización para su publicación en la página de la División de Ciencias Básicas e Ingeniería.



---

Adriana Jiménez Sánchez



---

Dr. Francisco Beltrán Carbajal



División de Ciencias Básicas e Ingeniería  
Ingeniería Mecánica

**Modelado matemático del desbalance de un rotor con dos  
discos usando el método de Euler-Lagrange**

Modalidad: Proyecto Tecnológico  
Primera Versión

Trimestre 16I

Alumno: Adriana Jiménez Sánchez

[Redacted]

[Redacted]

Asesor: Dr. Francisco Beltrán Carbajal

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

[Redacted]

Fecha: 10/Marzo/2016

En caso de que el Comité de Estudios de la Licenciatura en Ingeniería Mecánica apruebe la realización de la presente propuesta, otorgamos nuestra autorización para su publicación en la página de la División de Ciencias Básicas e Ingeniería.

---

Adriana Jiménez Sánchez

---

Dr. Francisco Beltrán Carbajal

# 1. Introducción

La presencia de vibraciones mecánicas es un problema bastante común en numerosas aplicaciones de los sistemas mecánicos prácticos. Las vibraciones pueden causar diversos problemas, por mencionar algunos, fatiga en el material, desgaste rápido de los elementos de las máquinas, ruido excesivo, acabados de mala calidad de los productos manufacturados, disminución de la eficiencia, funcionamiento inadecuado de la instrumentación de los equipos, entre otros [1].

En la maquinaria rotatoria la fuente principal generadora de vibraciones indeseables es el desbalance, el cual se presenta debido a pequeñas irregularidades en la distribución de la masa. Así, el desbalance se refiere a la distribución inequitativa del peso de un rotor alrededor de su centro de giro. El desbalance se define como la condición que existe en un rotor cuando las fuerzas vibratorias se transmiten a sus soportes como resultado de las fuerzas centrífugas [2].

El desbalance es un problema importante en el desarrollo de maquinaria moderna, especialmente en donde altas velocidades y la confiabilidad son de extrema importancia. Recordemos, que actualmente existen diversos sistemas mecánicos rotatorios operando a altas velocidades variables, tales como máquinas-herramientas, turbinas para aplicación de pintura, vehículos aéreos, entre una amplia variedad de sistemas y productos.

En resumen, las causas más comunes del desbalance son [2-4]:

- Densidad del material no uniforme.
- Errores de maquinado y tolerancias en el proceso de manufactura.
- Porosidad en piezas de fundición.
- Desgaste irregular durante la operación de la máquina.
- Cambio de componentes del rotor durante las actividades de mantenimiento.
- Depósitos de material acumulados durante la operación de la máquina.
- Tolerancias en el maquinado y ajuste en el ensamble de componentes como discos de álabes, impulsores y volantes de inercia.
- Asimetría de las partes en rotación por razones funcionales que necesitan ser contrabalanceadas.
- Grietas.
- Distorsión debida a los esfuerzos residuales.
- Corrosión.

El análisis del problema del desbalance se realiza a partir de modelos matemáticos o numéricos, uno de ellos es el método de elemento finito. Este es un método numérico que surgió como tal en la década de los sesentas y se ha utilizado en casi todos los campos, alcanzando su mayor aplicación en la ingeniería. Uno de sus usos más importantes es en el estudio de las vibraciones

mecánicas. El concepto de este método es el de dividir el elemento continuo en un número finito de elementos, es decir discretizar el elemento continuo y resolver sobre cada uno de los elementos las ecuaciones del sistema para después ensamblar la solución total [4-6].

Por otro lado, la aplicación directa de las leyes de Newton o la metodología de Euler-Lagrange resulta en modelos matemáticos que incluyen dinámicas no lineales que se presentan en los equipos mecánicos rotatorios. En este proyecto de integración se busca obtener un modelo matemático que describa el comportamiento dinámico no lineal de un rotor con dos discos excéntricos y, por consiguiente, sujeto a fuerzas centrífugas inducidas por el desbalance, con frecuencia de excitación variable. Además, las respuestas del modelo matemático se compararan con las obtenidas usando el método de elemento finito, con el propósito de determinar los alcances de ambos enfoques en maquinaria rotatoria. En las siguientes secciones se proporciona mayor información sobre el problema a abordar en este proyecto, así como los objetivos que se pretenden lograr.

## **2. Antecedentes**

Actualmente, las técnicas de modelado y simulación numérica son herramientas ampliamente usadas en muchas áreas del conocimiento, entre las cuales destaca la maquinaria rotatoria. El modelado matemático de los sistemas mecánicos rotatorios representa la posibilidad de predecir su comportamiento, de tal forma que se pueda evaluar su respuesta y desempeño dinámico, además diseñar e implementar propuestas novedosas de control pasivo, semi-activo o activo para que la respuesta del sistema se comporte de una manera correcta, por debajo de niveles de vibración establecidos. También, los modelos matemáticos se pueden utilizar para el desarrollo de técnicas de identificación para estimar los valores de los parámetros del sistema mecánico. Así, es de suma importancia el grado de precisión con el que los modelos matemáticos representan el comportamiento real de los sistemas [3,7,8].

En la maquinaria rotatoria el estudio, la comprensión y la predicción de los fenómenos rotodinámicos son de suma importancia, tanto en la etapa de diseño como en la etapa de operación de las máquinas. La rotodinámica se ocupa del estudio de fenómenos dinámicos en maquinaria rotatoria como turbomaquinaria, compresores, generadores, motores, ventiladores, turbinas, entre otros. El análisis rotodinámico basado en el uso de modelos matemáticos es un paso importante en el diseño de cualquier máquina con elementos rotatorios, así como en la detección y en la solución de problemas durante su operación [3].

Es crucial que el diseño de la máquina asegure que los niveles de las vibraciones no excedan los niveles aceptables durante su arranque y operación dentro de un rango de velocidades de trabajo. Un nivel inaceptable de las vibraciones puede ocasionar desgaste en las chumaceras, altos niveles de ruido y la falla repentina en componentes estructurales de la máquina con resultados desastrosos. La

comprensión del comportamiento de las máquinas durante su operación es necesaria para predecir las condiciones de una falla potencial, en caso de algún cambio circunstancial en las condiciones de funcionamiento, lo cual tiene una relación directa con los aspectos de seguridad y económicos en el uso de estas [3,7,9].

En la literatura se ha reportado ampliamente el fenómeno del desbalance como uno de los principales causantes de las vibraciones indeseables en maquinaria rotatoria [3,10]. El modelo del rotor tipo Jeffcott es una herramienta indispensable para estudiar el comportamiento dinámico de las maquinas rotatorias, ya que mediante su análisis se logra una buena comprensión de los fenómenos presentes en este tipo de máquinas. Además, es una herramienta que permite tener una buena percepción y comprensión de los fenómenos físicos que se presentan en la maquinaria rotatoria [8]. No obstante, el desarrollo de máquinas cada vez más ligeras, con mayores velocidades de operación y más eficientes, demanda un análisis rotodinámico más detallado, con configuraciones de rotores más complejas, que representen con mayor precisión el comportamiento dinámico de equipos industriales reales. Así, con los grandes avances de la ingeniería en computación, la aplicación del método de elemento finito se ha empleado para obtener modelos numéricos más complejos para describir de manera aproximada el comportamiento dinámico de rotores [4-6]. Sin embargo, el alto costo computacional sigue siendo una de las áreas de oportunidad del método de elemento finito para implementaciones en tiempo real en sistemas mecánicos rotatorios de esquemas de balanceo, técnicas de estimación paramétrica, detección de fallas, supervisión entre otros. Por lo tanto, la aplicación de las leyes de Newton o la metodología de Euler-Lagrange siguen siendo excelentes opciones para obtener modelos matemáticos para describir la dinámica de rotores. Aunado a esto, estos modelos matemáticos complejos se pueden combinar con el uso de herramientas de simulación computacional para realizar el análisis rotodinámico de la maquinaria rotatoria.

En este proyecto de integración se aplicará la metodología de Euler-lagrange para la obtención de las ecuaciones de movimiento de un sistema mecánico rotatorio con dos discos excéntricos. Este modelo matemático coadyuvará en el desarrollo de nuevos dispositivos para balanceo y técnicas para la estimación en línea de los parámetros rotodinámicos, monitoreo y diagnóstico de fallas en maquinaria rotatoria. Para mayor información sobre la metodología de Euler-Lagrange véase [11-13].

### **3. Justificación**

Como se mencionó anteriormente, en el diseño de máquinas rotatorias las herramientas de modelado dinámico y de simulación computacional son cada vez más comunes, debido a que una descripción matemática de los sistemas representa la posibilidad de predecir su comportamiento dinámico y de usar esta

información para implementar mejoras en el diseño o en la operación el sistema, de tal manera que se obtenga el comportamiento deseado, sin necesidad de realizar excesivas pruebas de laboratorio o en el equipo real. Ciertamente, el modelado matemático dinámico de los sistemas mecánicos ha coadyuvado en la creación de negocios de alto valor agregado dedicados al desarrollo de herramientas de mecánica computacional como el ANSYS®, Catia®, CarSim®, entre otras plataformas computacionales de costos elevados para un buen número de las empresas del sector metal-mecánico de nuestro país.

Además, el modelado matemático de los rotores permite tener una buena percepción y comprensión de los fenómenos físicos que se presentan en la maquinaria rotatoria. En este sentido, el modelo del rotor Jeffcott se ha estudiado ampliamente y a pesar de que pudiera parecer muy simple para ser aplicado directamente en problemas prácticos de rotores, el fenómeno de vibraciones asociado a él se observa muy frecuentemente en el mundo real. La configuración del rotor Jeffcott consiste de un disco montado sobre una flecha de masa despreciable, a la mitad de la distancia entre soportes. Este tipo de rotor permite tener una buena percepción y comprensión de los fenómenos físicos que se presentan en la maquinaria rotatoria, por mencionar algunos, la presencia de una velocidad crítica y el efecto del amortiguamiento en la respuesta del sistema. Sin embargo, actualmente las turbomáquinas modernas producen o absorben cantidades enormes de energía, lo cual implica, entre otras cosas, que trabajan a muy altas velocidades en relación con otros tipos de máquinas, ocasionando grandes cargas inerciales y, potencialmente, problemas de vibraciones e inestabilidad rotodinámica [3,14].

Así, el modelado matemático de configuraciones de rotores con dos discos inerciales permitirá capturar una mejor descripción de su dinámica no lineal para velocidades de operación por arriba de la primera velocidad crítica. En este sentido, la aplicación de la metodología de Euler-Lagrange ofrece una alternativa atractiva para describir la dinámica de sistemas mecánicos de naturaleza no lineal y compleja como la maquinaria rotatoria. Aunado a esto, esta metodología se centra en un enfoque energético, lo cual permite realizar un análisis del mecanismo natural de conversión entre energías cinética y potencial que existe en los sistemas mecánicos vibratorios.

Aunado a lo anterior, en el contexto de las máquinas rotatorias uno de los parámetros más importantes y difíciles de calcular o estimar es la llamada excentricidad, definida como la distancia radial entre el centro geométrico de rotación y el centro de masa del disco. De este parámetro, la masa y la velocidad del sistema depende la fuerza centrífuga de perturbación endógena, ocasionada por el desbalance, que representa una de las principales causas de vibraciones en el sistema. En tal sentido se ha reportado en la literatura el uso de técnicas de identificación y de estimación de parámetros para dar solución al problema de incertidumbre en los modelos de máquinas rotatorias. Yang y Lin [16] presentan un método para estimar el desbalance distribuido en el eje de un rotor tipo Jeffcott, suponiendo que dicho desbalance se puede describir con funciones polinomiales y



considerando que el desbalance no cambia con la velocidad de operación de la máquina; el método requiere lecturas de un sólo sensor, pero su precisión se ve afectada directamente por el número de velocidades a las que se tomen los datos. Mahfoud et al. [17] propone un método para estimar las fuerzas externas que actúan sobre un sistema rotor-chumaceras fuera de línea, empleando el método de los mínimos cuadrados a partir de las mediciones del vector de estados (i.e., desplazamientos, velocidades y aceleraciones); algunas desventajas de este método son que además de aplicarse fuera de línea se requiere de la respuesta del sistema a diferentes señales de entrada y de la estimación de todas las matrices del modelo para la estimar las fuerzas externas. De Queiroz [18] describe un método basado en técnicas de control robusto para la identificación de los parámetros del desbalance de un rotor Jeffcott, en el cual se estiman primero las fuerzas de desbalance y, posteriormente, de estas fuerzas se estiman la magnitud y la fase de la excentricidad; este método se valida mediante simulaciones numéricas y es condición necesaria que la velocidad de la máquina satisfaga ciertas condiciones relacionadas con la convergencia del método. A partir de esto, podemos decir que actualmente la mayoría de los trabajos se han centrado en el uso de modelos matemáticos de rotores con un solo disco excéntrico. Esto obedece a la naturaleza no lineal y con altos acoplamientos en las ecuaciones de movimiento de este tipo de equipos. Así, el contar con un modelo matemático dinámico no lineal para rotores con dos discos coadyuvará en el análisis con mayor exactitud de la respuesta del desbalance por arriba de una velocidad crítica.

La importancia de disponer de un modelo matemático de un sistema en rotodinámica radica en su aplicación para desarrollar mecanismos que permitan el correcto funcionamiento de la máquina, particularmente, la reducción de las vibraciones durante su operación, sobre todo cuando se tiene que operar el equipo en un amplio rango de velocidades.


En este proyecto de integración se tiene interés de modelar matemáticamente la dinámica de un sistema mecánico rotatorio con dos discos excéntricos operando a velocidad angular variable usando el método de Euler-Lagrange. Además, este modelo será representado en el espacio de estados para realizar el análisis analítico y numérico de la dinámica del rotor. A partir de este modelo, se desarrollarán programas de computadoras en Matlab, que permitan evaluar numéricamente estrategias de balanceo pasivo disponibles en la literatura. También, se realizará un análisis comparativo de las respuestas del desbalance que proporciona el modelo matemático propuesto con las que se obtienen por el método de elemento finito. Para esto, se utilizará el modelo matemático de un rotor obtenido por el método de elemento finito reportado por Arias-Montiel, Beltrán-Carbajal y Silva-Navarro en [19].

## 4. Objetivos

### Objetivo general

Desarrollar un modelo matemático que describa la dinámica de la respuesta del desbalance de un sistema mecánico rotatorio con dos discos excéntricos usando el método de Euler-Lagrange.

### Objetivos específicos

- • Aplicar el método de Euler-Lagrange para obtener las ecuaciones diferenciales que gobiernan la respuesta del desbalance de un rotor.
  - Desarrollar los programas de computadora en Matlab que permitan evaluar numéricamente estrategias de balanceo pasivo disponibles en la literatura.
  - Realizar un análisis comparativo de las respuestas del desbalance que proporciona el modelo matemático propuesto con las que se obtienen por el método de elemento finito.

## 5. Descripción técnica

### 5.1. Metodología del proyecto:

A continuación se presenta la metodología a seguir en este proyecto:

- I. Selección de la configuración del rotor con dos discos.
  - I.1. Determinar la configuración del rotor con dos discos.
  - I.2. Definir sus parámetros, con base en las propiedades del material y chumaceras convencionales.
  - I.3. Seleccionar un esquema de balanceo, para evaluar la respuesta del desbalance del rotor usando el modelo matemático propuesto.
- II. Modelado matemático del rotor.
  - II.1. Determinar las ecuaciones de movimiento del rotor con chumaceras convencionales, aplicando el Método de Euler-Lagrange.
  - II.2. Determinar las ecuaciones de movimiento del rotor, considerando un mecanismo para balanceo de rotores.
- III. Desarrollo del modelo numérico obtenido por el método de elemento finito.
  - III.1. Determinar el modelo numérico por el método de elemento finito propuesto en el artículo [19].
- IV. Desarrollo de programas de computadora para simulación numérica.
  - IV.1 Desarrollar los programas en Matlab usando el modelo del rotor con chumaceras convencionales.
  - IV.2. Desarrollar los programas en Matlab usando el modelo del rotor, considerando un mecanismo para balanceo de rotores.
- V. Comparación de las respuestas del desbalance.

- V.1. Elaborar un análisis comparativo de las respuestas del desbalance usando los modelos matemáticos y el modelo numérico.
- V.2. Determinar los alcances de los enfoques matemático y numérico.
- VI. Elaboración del reporte final del proyecto.

5.2. Descripción técnica del proyecto.

Modelado matemático del rotor Jeffcott utilizando el método de Euler-Lagrange [20]:

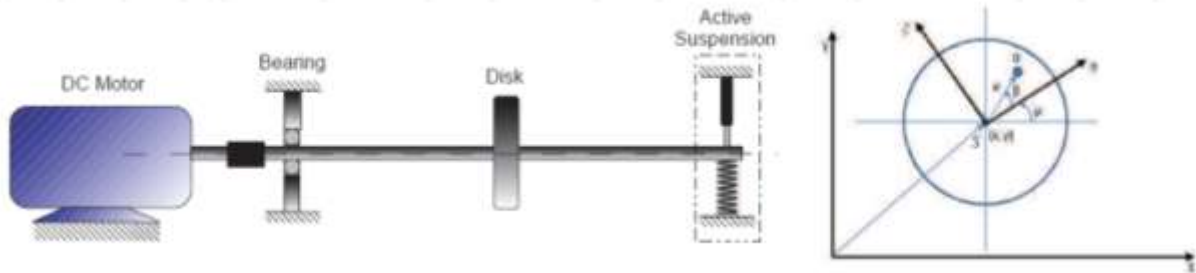


Figura1. Rotor Jeffcott.

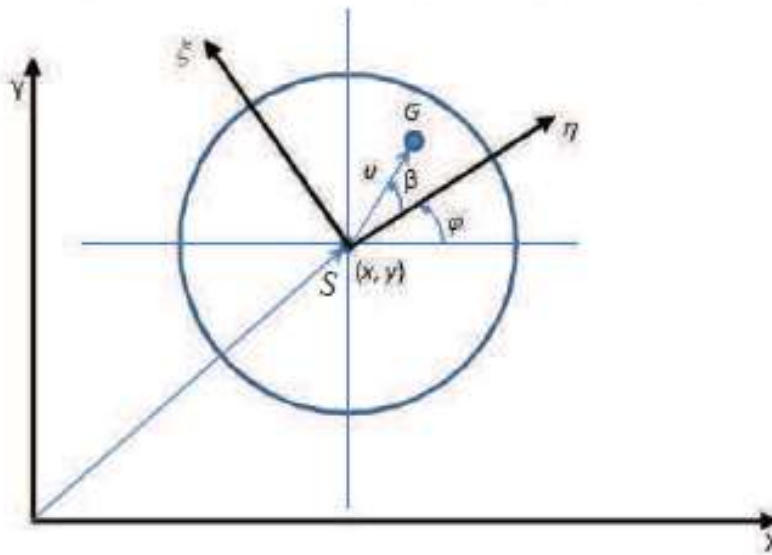


Figura2. Disco de masa  $m$ , " $x$ " y " $y$ " son las coordenadas ortogonales del centro geométrico del rotor,  $u$  es la distancia entre el centro de gravedad  $G$  y el centro geométrico  $S$ .

- Definir las coordenadas del centro de gravedad del rotor,  $x_G$  y  $y_G$

$$\begin{aligned} x_G &= x + u \cos(\varphi + \beta) \\ y_G &= y + u \sin(\varphi + \beta) \end{aligned} \quad (1)$$

y obtener las derivadas con respecto al tiempo

$$\begin{aligned}\dot{x}_G &= \dot{x} - u\dot{\varphi}[\sin(\varphi + \beta)] \\ \dot{y}_G &= \dot{y} + u\dot{\varphi}[\cos(\varphi + \beta)]\end{aligned}\quad (2)$$

- Obtenerla ecuación de energía cinética del sistema.

$$T = \frac{1}{2}m\dot{x}_G^2 + \frac{1}{2}m\dot{y}_G^2 + \frac{1}{2}J\dot{\varphi}^2 \quad (3)$$

y la energía potencial

$$V = \frac{1}{2}k_x x^2 + \frac{1}{2}k_y y^2 \quad (4)$$

- El Lagrangiano del sistema está dado por

$$L = T - V = \frac{1}{2}m\dot{x}_G^2 + \frac{1}{2}m\dot{y}_G^2 + \frac{1}{2}J\dot{\varphi}^2 - \frac{1}{2}k_x x^2 - \frac{1}{2}k_y y^2 \quad (5)$$

y proponiendo la función de disipación de Rayleigh

$$D = \frac{1}{2}c_x \dot{x}^2 + \frac{1}{2}c_y \dot{y}^2 + \frac{1}{2}c_\varphi \dot{\varphi}^2 \quad (6)$$

- Considerando  $\varphi \doteq \omega$  las ecuaciones dinámicas del sistema se escriben de la siguiente manera

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right] - \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}} &= u_x \\ \frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} \right] - \frac{\partial L}{\partial y} + \frac{\partial D}{\partial \dot{y}} &= u_y \\ \frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial L}{\partial \dot{\omega}} \right] - \frac{\partial L}{\partial \varphi} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\omega}} &= \tau\end{aligned}\quad (7)$$

- De las ecuaciones (7), se obtiene

$$\begin{aligned}m\ddot{x} + c_x \dot{x} + k_x x - m\omega^2 u \cos(\varphi + \beta) - m\dot{\omega} u \sin(\varphi + \beta) &= u_x \\ m\ddot{y} + c_y \dot{y} + k_y y - m\omega^2 u \sin(\varphi + \beta) - m\dot{\omega} u \cos(\varphi + \beta) &= u_y \\ (J + mu^2)\dot{\omega} + c_\varphi \omega - m\dot{x} u \sin(\varphi + \beta) - m\dot{y} u \cos(\varphi + \beta) &= \tau\end{aligned}\quad (8)$$

y reescribiendo las ecuaciones

$$\begin{aligned}
m\ddot{x} + c_x\dot{x} + k_x x &= u_x + \xi_x \\
m\ddot{y} + c_y\dot{y} + k_y y &= u_y + \xi_y \\
J_e\dot{\omega} + c_\varphi\omega &= \tau + \xi_\omega \\
\dot{\varphi} &= \omega
\end{aligned} \tag{9}$$

con

$$\begin{aligned}
\xi_x &= mu[\dot{\omega} \sin(\varphi + \beta) + \omega^2 \cos(\varphi + \beta)] \\
\xi_y &= mu[-\dot{\omega} \cos(\varphi + \beta) + \omega^2 \sin(\varphi + \beta)] \\
\xi_\omega &= mu[\dot{x} \sin(\varphi + \beta) - \dot{y} \cos(\varphi + \beta)] \\
J_e &= J + mu^2
\end{aligned} \tag{10}$$

En donde,  $\xi_x$ ,  $\xi_y$  y  $\xi_\omega$  son las fuerzas centrífugas y la perturbación de torque, respectivamente, inducidos por el desbalance del rotor.

## 6. Cronograma de Actividades

A continuación se describen las actividades del proyecto de integración por trimestre.

Actividades 16-P		Semana											
Objetivo a alcanzar o realizar		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	Determinar la configuración del rotor con dos discos												
2	Definir sus parámetros, con base en las propiedades del material y chumaceras convencionales.												
3	Seleccionar un esquema de balanceo, para evaluar la respuesta del desbalance del rotor usando el modelo matemático propuesto.												
4	Determinar las ecuaciones de movimiento del rotor con chumaceras convencionales, aplicando el Método de Euler-Lagrange.												
5	Determinar las ecuaciones de movimiento del rotor, considerando un mecanismo para balanceo de rotores.												
6	Determinar el modelo numérico por el método de elemento finito propuesto en el artículo [19].												
7	Desarrollar los programas en Matlab usando el modelo del rotor con chumaceras convencionales.												
8	Desarrollar los programas en Matlab usando el modelo del rotor, considerando un mecanismo para balanceo de rotores.												
9	Realizar un análisis comparativo de las respuestas del desbalance usando los modelos matemáticos y el modelo numérico.												
10	Determinar los alcances de los enfoques matemático y numérico.												
11	Elaborar el reporte final del proyecto.												

## 7. Entregables

- Reporte del Proyecto de Integración
- Programa de cómputo para desarrollo de simulaciones
- Póster en el que se exhiban los resultados

## 8. Referencias Bibliográficas

- [1] Rao S. S., 2011, Mechanical Vibrations, 5th ed., Prentice Hall, New Jersey, USA.
- [2] Wowk, V., 1995, Machinery vibration: Balancing, Mc Graw Hill, USA.
- [3] Vance, J. M., 1998, Rotordynamics of turbomachinery, John Wiley & Sons, USA.
- [4] Genta, G., 2005, Dynamics of rotating systems, Springer, USA.
- [5] Childs, D., 1993, Turbomachinery rotordynamics. Phenomena, modeling and analysis, John Wiley & Sons, USA.
- [6] Meirovitch, L., 1986, Elements of vibration analysis, McGraw Hill, Singapore.
- [7] Friswell, M.I., Penny, J.E.T., Garvey, S.D. and Lees, A.W., 2010, Dynamics of Rotating Machines, Cambridge University Press, USA.
- [8] Lee, Chong-Wong, 1993, Vibration analysis of rotors, Kluwer Academic Publishers, The Netherlands.
- [9] Maslen, E.H., Vázquez, J.A. and Sortore C.K., 2002, "Reconciliation of Rotordynamic Models with Experimental Data", Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 124, pp. 351-356.
- [10] De Silva, C.W., 2007, Vibration damping, control and design, CRC Press, USA.
- [11] Landau L. y Lifchitz E., 1982, Física Teórica Tomo 1. Mecánica, Editorial MIR, Moscú.
- [12] Fantoni I. y Lozano R., 2002, Nonlinear Control of Underactuated Systems, Springer, London.
- [13] Marsden J. y Ratiu T., 1999, "Introduction to Mechanical Systems and Symmetry. A basic exposition of Classical Mechanical Systems", Número 17 en Texts in Applied Mathematics, Springer-Verlag.
- [14] Lee, C. W., 1993. Vibration analysis of rotors. Kluwer Academic Publishers, The Netherlands.

- [15] Vance, J., Zeidan, F., Murphy, B., 2010. Machinery vibration and rotordynamics. John Wiley and Sons, USA.
- [16] Yang, T., Lin, C., 2002, "Estimation of distributed unbalance of rotors", Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 124, pp. 976-983.
- [17] Mahfoud, J., Der Hagopian, J., Levecque, N., Steffen Jr., V., 2009. "Experimental model to control and monitor rotating machines", Mechanism and Machine Theory, 44, pp. 761-771.
- [18] De Queiroz, M. S., 2009. "An active identification method of rotor unbalance parameters", Journal of Sound and Vibration, 15, pp. 1365-1374.
- [19] Arias M. M., Beltrán C. F., Silva N. G., 2014, "On-line algebraic identification of eccentricity parameters in active rotor-bearing systems", International Journal of Mechanical Sciences, 85, pp. 152–159.
- [20] Beltrán C. F., 2012, Advances in Vibration Engineering and Structural Dynamics, INTECH, Croatia, Cap. 2.

## **9. Apéndices**

Ninguno.

## **10. Terminología**

Ninguna

## **11. Infraestructura**

Para la realización del presente proyecto de integración se requiere la utilización del laboratorio CEDAC ya que cuenta con el software adecuado para realizar la simulación.

El software a utilizar será: Matlab.



## 12. Estimación de Costos

Partida			Subtotal (\$)
$\left( \frac{\text{Sueldo base semanal}}{40 \text{ horas}} \right)$	Tiempo dedicado al proyecto (horas)	Estimación de la partida (\$/hora de trabajo)	Subtotal (\$)
Dr. Francisco Beltrán Carbajal	120	500	60,000.00
Asesorías adicionales	-	-	-
Otro personal de la UAM	-	-	-
Equipo específico (Renta de maquinas, herramientas, etc.)			-
Software específico: Licencia de Simulink MatLab para Estudiantes			585.00
Equipo de uso general. Renta de: Computadora, Impresora, Internet			1900.00
Material de consumo: Papelería, Tóner			100.00
Documentación y publicaciones: Acceso Institucional a la revista "Journal of Sound and Vibration"			142,597.00
Otros (especificar)			-
<b>Total</b>			<b>205,182.00</b>

## 13. Asesoría Complementaria

Ninguna

## 14. Patrocinio Externo

Ninguna.

## 15. Publicación o Difusión de los Resultados

Ninguna. 